

Vorbereitungskurs Mathematik zum Sommersemester 2022

# Übungsblatt 6

Übung und Besprechung am 15. März 2022

## Aufgabe 6.1

Zeigen Sie per Wahrheitstabelle:

(i)  $A \wedge \neg(\neg A \Rightarrow B)$

## Aufgabe 6.2

*Das Studierendendilemma*

Anton, Bea und Chris wollen ihr Informatikstudium im Sommersemester an der TU-Dortmund aufnehmen. Sie wissen allerdings noch nicht, wer sich letztendlich dazu entschließt, sich einzuschreiben und wer nicht. Was sie aber wissen ist folgendes:

- (i) Wenn Chris sich einschreibt, dann auch Anton.
- (ii) Bea und Chris sind sich spinne feind. Deshalb wird nur einer von beiden sich einschreiben.
- (iii) Anton und Chris bekommen von ihren Eltern gesagt, dass mindestens einer von ihnen das Studium anfangen muss.
- (iv) Bea kann nicht ohne ihren großen Bruder Anton, deshalb wird sie genau dann das Studium aufnehmen, wenn auch Anton das Studium beginnt.

*Aufgabe:*

- (i) Modellieren Sie die Aussagen (a) bis (d) in Aussagenlogischer Form. Nutzen Sie dafür die Elementaraussagen  $A, B, C$  für Anton, Bea und Chris.
- (ii) Wenn noch Zeit ist, finden Sie mit einer Wahrheitstabelle heraus, wer von den dreien nun am Studium teilnimmt?

## Aufgabe 6.3

Geben Sie die folgenden Mengen durch Aufzählen all ihrer Elemente an, d.h. in der Form  $\{a, b, c, \dots\}$ .

- (i)  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 0 < x < 4, 8\}$
- (ii)  $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 1 = 0\}$
- (iii)  $E = \{2k + 1 \mid k \in \{1, 2, \dots, 8\}\}$

## Aufgabe 6.4

Bestimmen Sie die Potenzmengen der folgenden Mengen:

- $A = \{\}$
- $B = \{1, 2, 3\}$

**Aufgabe 6.5**

Wir betrachten die Grundmenge  $G = \{x \mid x \text{ lebt in Deutschland}\}$ . Auf diese Menge soll sich nun auch der Komplementbegriff beziehen, es soll sich im Rahmen dieser Aufgabe bei  $g$  also um "alles" handeln. Wir ziehen weiterhin die folgenden Mengen heran:

$$A = \{x \in G \mid x \text{ lebt in Nordrhein-Westfalen}\},$$

$$B = \{x \in G \mid x \text{ lebt in Berlin}\},$$

$$C = \{x \in G \mid x \text{ ist weiblich}\},$$

$$D = \{x \in G \mid x \text{ besitzt ein Auto}\},$$

$$E = \{x \in G \mid x \text{ besitzt einen Hund}\}$$

Beschreiben Sie nun, welche Personengruppen durch die folgenden Mengen angesprochen sind. Zur Unterstützung können Venn-Diagramme gezeichnet werden.

(i)  $A \cup D$

(ii)  $A^C$

(iii)  $B^C \cap A$

(iv)  $(C \cap D \cap E)^C$

(v)  $D \setminus (E \cup B)$

(vi)  $A \cap B$

**Aufgabe 6.6**

Beweisen Sie per Kontraposition:

(i)  $\forall a, b, c \in \mathbb{Z} : (a \neq b) \Rightarrow (a + c \neq b + c)$

**Aufgabe 6.7**

Beweisen Sie die Aussage: *Die Summe zweier gerader Zahlen ist gerade.*

Benutzen Sie die Idee eines direkten Beweises.

**Aufgabe 6.8**

Beweisen Sie mit einem Widerspruchsbeweis, dass für jede Primzahl  $p$  gilt:  $\sqrt{p} \notin \mathbb{Q}$

**Aufgabe 6.9**

Beweisen Sie mit vollständiger Induktion:

(i)  $\sum_{k=1}^n k^3 = (\sum_{k=1}^n k)^2$